

# MODELACIÓN, SIMULACIÓN Y CONTROL DE UN LEVITADOR NEUMÁTICO

Luis E. García Jaimes<sup>1</sup>, Maribel Arroyave-Giraldo<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Magister en Educación, Especialista en Automatización Industrial, Ingeniero en Instrumentación y Control. Correo electrónico: legarcia47@gmail.com

<sup>2</sup> Magister en Automatización y Control industrial, Especialista en Automática, Ingeniera en Instrumentación y Control. Correo electrónico: maribel.arrgi@gmail.com

<sup>1,2</sup> Institución Universitaria de Envigado Carrera 27 B # 39 A Sur 57. Envigado Colombia

## RESUMEN

En este artículo se presenta la modelación matemática y la simulación en un ambiente 3D de un levitador neumático. Se plantean las fuerzas que intervienen en el sistema, se calculan experimentalmente las características propias de un levitador real y, finalmente, se comprueba en el simulador la respuesta del sistema modelado. Con la simulación del sistema obtenido se llegó a la conclusión de que el modelo presenta un comportamiento dentro de parámetros normales para este tipo de proceso según la teoría de la mecánica de fluidos y el comportamiento del proceso real construido según diseño.

**Palabras clave:** *levitador neumático, modelación, simulación 3D, sistemas de control, automatización*

Recibido: 21 de Agosto de 2014.  
*Received: August 21<sup>st</sup>, 2014.*

Aceptado: 30 de octubre de 2014.  
*Accepted: October 30<sup>th</sup>, 2014.*

## MODELING AND SIMULATION OF A PNEUMATIC LEVITATOR

### ABSTRACT

*In this paper the mathematical modeling and the 3D simulation of a pneumatic levitator are presented. The forces generated by the system are explained, the characteristics of a real levitator are calculated through experiments and finally the result of the modeling system is verified by the simulator. The simulation results have led to the conclusion that this model behaves within the common parameters for this type of processes according to the fluids mechanics theory and the behavior of the real process created according to the design.*

**Keywords:** *pneumatic levitator, modeling, 3D, simulation, control systems, automation*

## 1. INTRODUCCIÓN

En este artículo se presentan resultados iniciales del proyecto “Desarrollo de un levitador neumático para el laboratorio de automatización y robótica de la Institución Universitaria de Envigado” se dan a conocer los elementos de la modelación y de la simulación de un módulo de levitación neumática para apoyo didáctico del laboratorio de Automatización y Robótica de la institución, destinado al monitoreo y control de la variable física posición, basado en el uso de elementos y componentes industriales.

La levitación se conoce como la suspensión de un cuerpo en el aire, existen varios tipos de levitación dependiendo del medio que genera la fuerza de empuje, esta puede ser magnética, acústica, óptica, electrostática o neumática. Para este proyecto se utiliza la levitación neumática por brindar un transporte ágil, limpio y con poco rozamiento mecánico y por lo tanto disminuye el desgaste en las piezas que conforman el sistema.

En la literatura se referencian algunos trabajos sobre levitadores neumáticos, evidenciados en artículos como el de [1] en el cual se describe la identificación y control de posición de un sistema de levitación neumática. El sistema utiliza realimentación visual para detectar la altura del objeto, la cual se controla mediante un compresor de aire accionado por un variador de velocidad. El sistema ha sido utilizado como banco de pruebas, donde se implementaron diferentes técnicas de control y se realizaron ensayos tanto de seguimiento de referencias como de rechazo de perturbaciones. [2] Presentan el diseño, modelado y control de posición de un sistema de levitación neumático, el PID implementado en este trabajo sostiene una esfera a una altura deseada mediante la regulación de la velocidad de un motor, la cual está directamente relacionada con el flujo de aire que contrarresta las fuerzas que se ejercen sobre la esfera, un sensor de ultrasonido permite al sistema en lazo cerrado obtener la información para regular la altura. [3] Realiza el control en tiempo real de la altura de un objeto suspendido dentro del flujo de aire, utilizando diferentes estrategias de control como control PID, Control  $H_{\infty}$ , Control Predictivo Generalizado (GPC) y Control Borroso. En [4] los autores presentan una comparación experimental de desempeños de un controlador convencional PID y un controlador experto FUZZY, implementados en un controlador lógico

programable (PLC) y aplicados en el control de un prototipo de levitación neumática, caracterizado por ser de dinámica no lineal y sensible a perturbaciones.

Al finalizar el diseño y analizar la simulación se construye el módulo de levitación, en el cual la variable controlada es la posición de una esfera (o de un cilindro) que se mueve dentro del tubo cilíndrico gracias a un flujo de aire que circula por el tubo y que constituye la variable manipulada.

La posición de la esfera se puede controlar dentro de un rango comprendido entre 10cm y 80 cm de altura. Esto se logra regulando la potencia entregada al ventilador que suministra el flujo de aire.

El artículo está conformado por una descripción del módulo y los elementos que lo componen, un despliegue de la modelación del levitador, la linealización del modelo para implementar un controlador básico PID y la simulación del desempeño del sistema controlado y finalmente, el resumen de las principales conclusiones de los avances del proyecto.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

### 2.1 Descripción general del modulo

El sistema se compone de un tubo de acrílico dentro del cual se desliza una esfera movida por el flujo de aire producido por un ventilador centrífugo como se indica en la Fig. 1. En la pared exterior del tubo existe una escala graduada en centímetros, que permite conocer la altura de la esfera.

El tubo de acrílico descansa sobre una base prismática del mismo material que sirve para dar estabilidad y verticalidad al conjunto. Como elementos importantes, el levitador cuenta con una tarjeta de adquisición de datos (DAQ), el sistema de potencia para regular la velocidad del ventilador (Variador de velocidad) y el sistema de acondicionamiento de la señal (AO). En la parte superior del tubo, se encuentra situado el sensor de posición, que genera la señal de realimentación para realizar el control de la posición de la esfera. En la Fig. 2 se presenta el levitador construido.

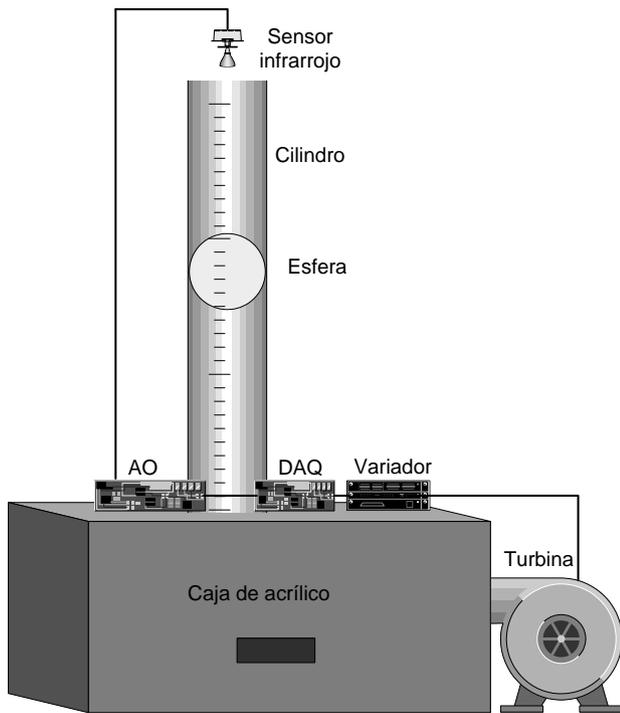


Fig. 1. Esquema del levitador neumático

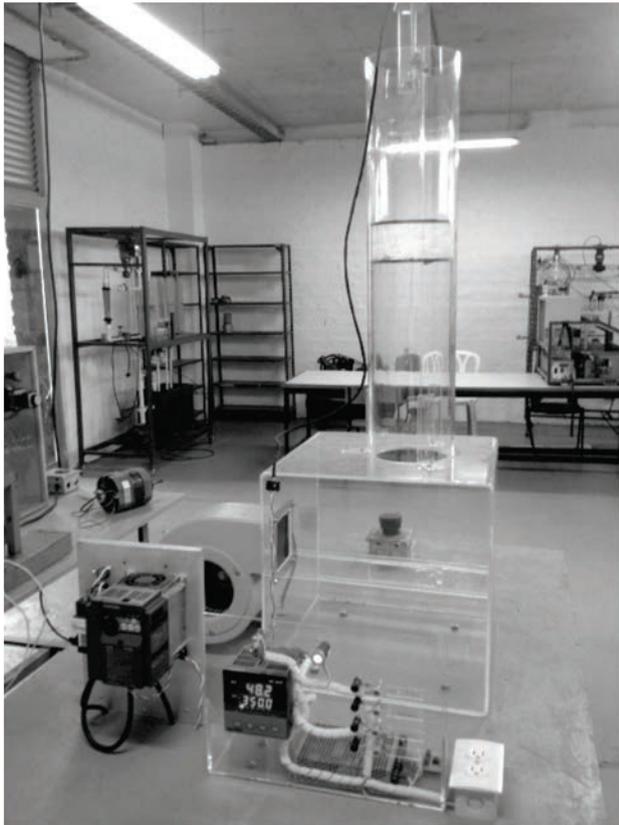


Fig. 2. Levitador neumático

## 2.2 Modelación

El modelo matemático del levitador neumático involucra elementos mecánicos, aerodinámicos y eléctricos. La Fig. 3 muestra las fuerzas que actúan sobre la esfera ubicada dentro del tubo [5]

Aplicando la segunda ley de Newton se obtiene las ecuaciones:

$$\sum F_y = m_b \frac{d^2y}{dt^2} = m_b \frac{dv_b}{dt} \quad (1)$$

$$m_b \frac{dv_b}{dt} = -F_g + F_D \quad (2)$$

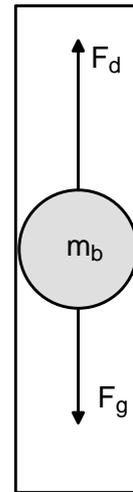


Fig. 3. Fuerzas sobre la esfera

$F_g$  es el peso de la esfera y  $F_D$  es la fuerza de arrastre que actúa sobre ella. Dichas fuerzas están dadas por:

$$F_g = m_b g \quad (3)$$

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho_a A (v_a - v_b)^2 \quad (4)$$

En donde,  $m_b$  es la masa de la esfera,  $C_D$  es el coeficiente de arrastre,  $\rho_a$  es la densidad del aire,  $A$  es el área frontal de la esfera,  $v_a$  la velocidad del aire en el tubo y  $v_b$  la velocidad de la esfera.

Combinando las ecuaciones (2), (3) y (4) resulta:

$$m_b \frac{dv_b}{dt} = -m_b g + \frac{1}{2} C_D \rho_a A (v_a - v_b)^2 \quad (5)$$

Para una esfera, la ecuación (5) toma la forma:

$$\frac{dv_b}{dt} = -g + \frac{3 C_D \rho_a (v_a - v_b)^2}{8 \rho_b R} \quad (6)$$

R es el radio de la esfera y  $\rho_b$  su densidad.

El cambio de velocidad de la columna de aire dentro del tubo se puede modelar mediante la ecuación:

$$\frac{dv_a}{dt} = \frac{g(f, y) - v_a}{\tau_a} \quad (7)$$

La relación  $g(f, y)$  depende de la frecuencia  $f$  del voltaje aplicado al ventilador centrífugo y de la altura medida con respecto al orificio de entrada del aire al tubo  $y$  y se obtiene experimentalmente para diferentes valores de  $f$  y de  $y$ .

Finalmente, el sensor de distancia (GP2D12) se puede modelar como un sistema de primer orden de la forma:

$$\frac{dy_s}{dt} = \frac{y_b - y_s}{\tau_s} \quad (8)$$

En donde  $y_b$  es la posición de la esfera,  $y_s$  es la posición del sensor y  $\tau_s$  es su constante de tiempo que se obtiene experimentalmente.

La velocidad del aire producido por el ventilador en un punto determinado a una distancia  $y$  concreta de la boca de insuflación es la siguiente [6]:

$$v = g(f, y) = \frac{C v_i \sqrt{A_0}}{y_b} \quad [m/s] \quad (9)$$

En donde  $v$  es igual a la velocidad del flujo de aire en m/s en un punto dado,  $y_b$  es la altura de la esfera en metros,  $v_i$  es la velocidad de salida del aire en la boca de insuflación,  $A_0$  es el área libre de la boca de insuflación,  $C$  es una constante que se obtiene de tablas. Para este caso  $C = 5$  y  $A_0 = 0.01538 \text{ m}^2$  medida en el modelo construido a partir del radio del cilindro del levitador.

La relación entre  $f, v_a$  e  $y_b$  se obtiene experimentalmente y a partir de ella se evalúa  $g(f, y)$ .

En la Fig.4 se aprecia la variación de la frecuencia del variador con el voltaje de control aplicado.

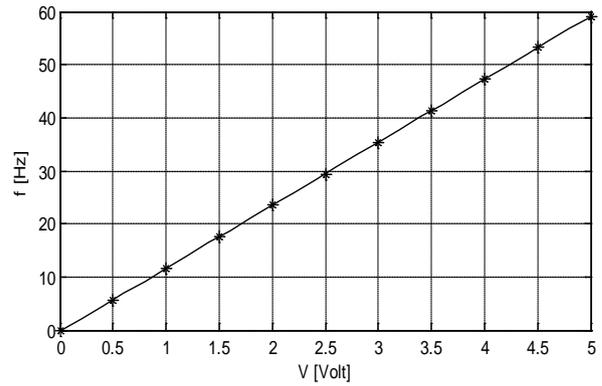


Fig. 4. Variación de la frecuencia en el variador vs voltaje de control aplicado

En las tabla 1 se muestran los datos de la variación de la velocidad del aire en la boca del tubo en función del voltaje de control aplicado al variador y de la frecuencia del mismo.

Tabla 1. Variación de la velocidad del aire vs voltaje de control aplicado

<b>V (Volt)</b>	0	0.6	1.66	2.12	2.57	2.91
<b>f (Hz)</b>	0	6.88	19.44	24.88	30.20	34.28
<b>v<sub>i</sub> (m/s)</b>	0	1.91	5.08	6.66	7.92	9.02
<b>V (Volt)</b>	3.25	3.56	3.70	3.95	4.25	4.45
<b>f (Hz)</b>	38.36	41.91	43.68	46.64	50.18	52.61
<b>v<sub>i</sub> (m/s)</b>	9.99	10.88	11.32	12.09	12.83	13.53

Con los datos presentados en la Fig. 3 y en la tabla 1 se obtiene la relación entre el voltaje de control aplicado al variador de velocidad ( $V$ ), la frecuencia de la alimentación aplicada a la turbina ( $f$ ) en  $Hz$  y la velocidad de salida del aire en la boca del tubo ( $v_i$ ) en  $m/s$  así:

$$f = 11.874V - 0.242 \quad [Hz] \quad (10)$$

$$v_i = 3.029V + 0.097 \quad [m/s] \quad (11)$$

De las curvas de respuesta dadas por el fabricante para el sensor de distancia GP2D12 se obtiene la ecuación que relaciona el voltaje de salida del sensor (0.8V a 2.6V) con la distancia del cuerpo (80cm a 10cm), [7], [10]:

$$V_s = \frac{21.78}{y_b} + 0.402 \quad [Volt] \quad (12)$$

En donde  $V_s$  es la salida del sensor en voltios y  $y_b$  la distancia de la esfera al sensor en cm. Como se trabaja con voltajes de 0 a 5V se utilizó un amplificador con ganancia 1.9 con lo cual la ecuación 12 queda:

$$V_s = \frac{41.4}{y_b} + 0.764 \quad [Volt] \quad (13)$$

$$y_b = \frac{41.4}{V_s - 0.764} \quad [cm] \quad (14)$$

Combinando las ecuaciones (9), (11) y (14) y organizando las unidades se obtiene:

$$g(f, y) = 1.498(3.029V + 0.097)(V_s - 0.764) \quad (15)$$

En donde  $V$  es el voltaje de salida hacia el variador (generado por la ley de control) y  $V_s$  es la lectura del sensor.

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la tabla 2 se dan los parámetros del sistema real con el cual se realizaron las pruebas para obtener los parámetros del levitador. [8]\*, [9]\*\*

Tabla 2. Parámetros del levitador

$m_b [Kg]$	$R [m]$	$A [m^2]$	$\rho_b [\frac{Kg}{m^3}]$	$\rho_a [\frac{Kg}{m^3}]$
0.0279	0.07	0.01538	19.42	1.196
$\tau_a [s]$	$\tau_s [s]$	$C$	$C_D$	
2	0.04*	0.5	0.05**	

Reemplazando estos valores en el modelo descrito por las ecuaciones (6), (7), (8) y (15), resulta:

$$\frac{dv_b}{dt} = -9.81 + 0.1649(v_a - v_b)^2$$

$$\frac{dv_a}{dt} = \frac{1.498(3.029V + 0.097)(V_s - 0.764) - v_a}{2}$$

$$\frac{dy_s}{dt} = \frac{y_b - y_s}{0.04} \quad (16)$$

Tomando como variables de estado:  $x_1 = v_b$ ,  $x_2 = v_a$ ,  $x_3 = y_s$  y considerando como punto de equilibrio  $y_b = 40cm$  se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -9.81 + 0.1649(x_2 - x_1)^2 \\ \dot{x}_2 &= -0.5x_2 + 0.075 + 2.35V \\ \dot{x}_3 &= -25x_3 + 1000 \end{aligned} \quad (17)$$

La ecuación (17) describe el comportamiento dinámico del levitador, representa un sistema no lineal que al linealizarlo [11] alrededor del punto de equilibrio propuesto arroja la siguiente ecuación de estado:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2.543 & 2.543 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & -25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2.35 \\ 0 \end{bmatrix} V \\ Y &= [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

La función de transferencia correspondiente a la ecuación (18) que relaciona la posición de la esfera con el voltaje de control aplicado al variador de velocidad está dada por:

$$G_p(S) = \frac{Y_b(S)}{V(S)} = \frac{5.9761S + 149.401}{(S + 25)(S + 2.543)(S + 0.5)} \quad (19)$$

El modelo no lineal se lleva al Simulink para realizar la simulación y poder visualizar la respuesta del sistema (Fig. 5).

En la Fig.6 Se observa la curva de respuesta de la posición de la esfera para diferentes valores de la velocidad del ventilador comandada por el voltaje aplicado al variador de velocidad.

Por último se diseña un controlador PI discreto para controlar el sistema utilizando el método de ganancia límite [12]. Al realizar el diagrama de Bode de la ecuación (19) se obtiene  $MG = -3.76 \text{ dB}$ ,  $\phi_{pm} = -8.81^\circ$ ,  $\omega_c = 1.13 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_\pi = 1.39 \text{ rad/s}$ .

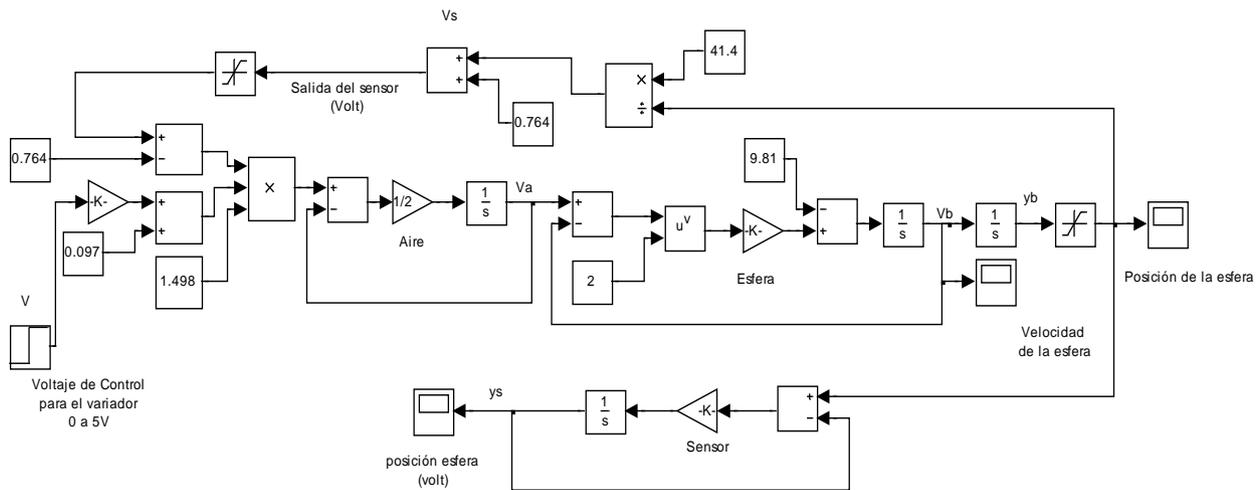


Fig.5. Modelo del sistema en simulink

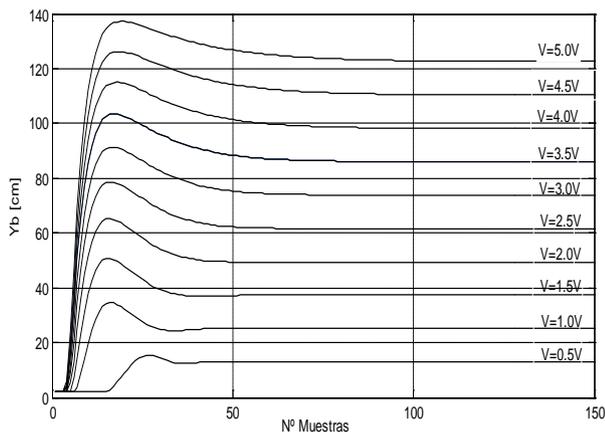


Fig. 6. Simulación de la posición de la esfera para diferentes velocidades del ventilador

Con los valores anteriores los parámetros obtenidos para el controlador PI fueron:  $K_c = 0.2916$  ,  $\tau_i = 3.749$ , lo cual arroja para el control PI discreto:  $q_0 = 0.311$  y  $q_1 = -0.272$ . En estas condiciones, la función de transferencia el controlador resulto ser:

$$D(z) = \frac{V(z)}{E(z)} = \frac{0.311z - 0.272}{z - 1} \quad (20)$$

La ley de control correspondiente a este controlador es:

$$v(k) = 0.311e(k) - 0.272e(k - 1) + v(k - 1) \quad (21)$$

La Fig 7 muestra la respuesta del sistema con el controlador diseñado cuando la referencia se establece en  $h = 60 \text{ cm}$ . En la grafica se aprecia un retardo en el inicio del levantamiento de la curva de respuesta de 2.7s debido a que el aire debe de alcanzar una velocidad mínima para que la fuerza de arrastre del mismo equilibre el peso del cuerpo que va a levitar.

El cambio en la dinámica que se observa entre 40-46cm de altura del cuerpo se explica debido a la no linealidad del sistema generada por la dependencia de la fuerza de arrastre con el cuadrado de la velocidad del aire finalmente, se obtiene el equilibrio en el valor de referencia establecido a los 60s.

Adicionalmente, se crea un entorno en 3D en V-Realm Builder que permite visualizar el modulo a escala real y presentar de una manera más amigable la posición de la esfera al realizar la simulación del sistema. Ver Fig. 8 y Fig. 9.

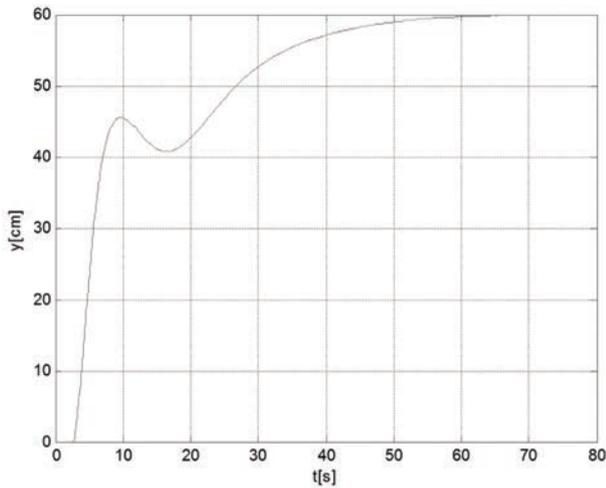


Fig. 7. Respuesta del sistema con el controlador

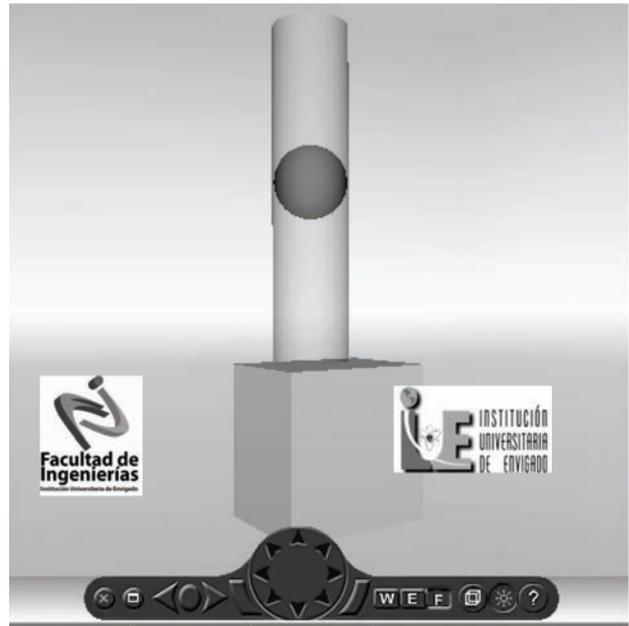


Fig. 8. Simulación en entorno 3D

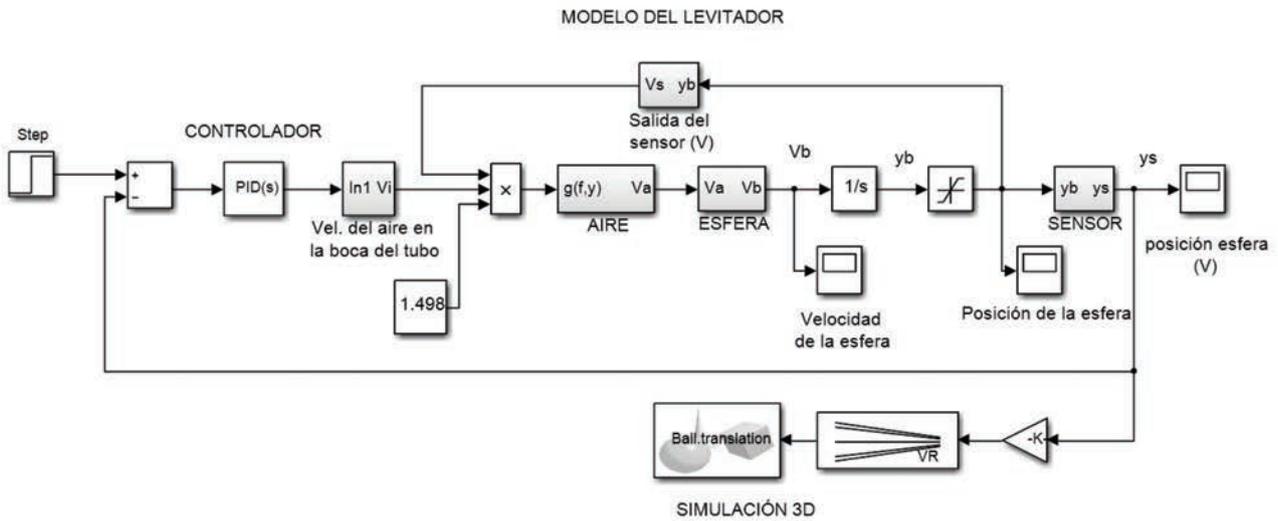


Fig. 9. Esquema del modelo con controlador y animación 3D

#### 4. CONCLUSIONES

Se realizó el modelado del sistema a partir de las leyes de Newton y se calcularon experimentalmente algunas constantes necesarias para obtener una aproximación razonable a un modelo real. Con la simulación del sistema obtenido se llegó a la conclusión de que el modelo presenta un comportamiento dentro de parámetros normales para este tipo de proceso según la teoría de

mecánica de fluidos y el comportamiento del levitador real construido según diseño.

Se diseñó para el levitador un controlador PI por ganancia límite a partir de su modelo linealizado, obteniendo un desempeño con características de respuesta adecuadas en la cual se puede observar un retardo en el inicio del levantamiento de la curva de respuesta debido a que el aire debe de alcanzar una velocidad mínima para que la fuerza de arrastre del mismo equilibre el peso del cuerpo que va a

levitar. Se presenta cambio en la dinámica debido a la no linealidad del sistema generada por la dependencia de la fuerza de arrastre con el cuadrado de la velocidad del aire.

En lo que respecta al control de la posición de la esfera este se logró con resultados satisfactorios y el desempeño del controlador mostró estabilidad, exactitud y buena velocidad de respuesta.

Finalmente, los autores consideran que el diseño y construcción del levitador neumático es un aporte que permite la realización de nuevos trabajos con la aplicación de técnicas de control avanzado que permitirán comprobar experimentalmente la bondad de las mismas.

## 5. AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan sus agradecimientos a la Institución Universitaria de Envigado por patrocinar y brindar la oportunidad de realizar el proyecto del levitador como soporte para el laboratorio de Automatización y Robótica.

## 6. REFERENCIAS

- [1]. Escaño, J y Muñoz, D (2004) *Identificación y control de posición de un sistema de levitación neumática* XXV Jornadas de Automática Ciudad Real.
- [2]. Mosquera, V, Bacca, G, Quiñones, M y Díaz J (2012) *Control de posición de un sistema de*

*levitación*. Revista Universitaria en Telecomunicaciones Informática y Control.

- [3]. Lajas, F y Borja B. (2005). Diseño de estrategias de control para un sistema de levitación neumática. *Escuela superior de Ingenieros - Universidad de Sevilla*.
- [4] Ordoñez, D. Jácome, M. *Implementación y estudio comparativo de técnicas de control PID y Fuzzy en controladores lógicos programables*. Revista de las Unidades Tecnológicas de Santander. N° 4 Vol. 1. Dic. 2009. Bucaramanga. ISSN 1909-258X
- [5]. Buckner, Jernigan y Fahmy (2009) *Implementing a Remote Laboratory Experience Into a Joint Engineering Degree Program: Aerodynamic Levitation of a Beach Ball*. IEEE transactions on education, pág. vol 52. N 2.
- [6]. Escoda, S. (2008) *Manual práctico de ventilación*. Rosellón Barcelona : s.n. Pág. 45.
- [7]. Abarca, Loor, S. y F. Robalino, G. (2008) *Medición y Control de Nivel con Aplicación de dsPIC. Tesis de grado. Escuela superior politécnica del litoral. Facultad de Electricidad y computación*.
- [8] <http://zuff.info/SharpGP2D12>. Consultado 10 nov/2013
- [9]. Mott, R. (1996) *Mecánica de fluidos aplicada. 4ª Edición*. Mexico : Pearson Educación
- [10]. Application note for an infrared, triangulation-based distance sensor with an analog, non-linear output. [En línea] 22 de 03 de 2001. [Citado el: 10 de Noviembre de 2013.] [http://zuff.info/SharpGP2D12\\_E.html](http://zuff.info/SharpGP2D12_E.html).
- [11]. Kuo, B. (1996) *Sistemas de control automático. 7ª Edición*. Mexico : Prentice Hall.
- [12]. Garcia, L. *Control Digital (2012). Teoría y Práctica. 3ª Edición*. Medellín : L. Vieco.